

Examen de Matemáticas (Convocatoria 2014-2)

Nombre:

Calificación:

Circulando la letra correspondiente, seleccione el inciso que indique la respuesta correcta a cada pregunta.

1 Si la matriz A está dada por

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

A^{-1} estará dada por

(a)

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/7 & -1/9 & 1/9 \\ 8/9 & 10/7 & -1/9 \\ 1/9 & -8/9 & 1/9 \end{pmatrix}$$

(b)

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3/9 & -1/9 & 1/9 \\ 8/9 & -10/9 & 1/9 \\ 4/9 & -5/9 & 1/9 \end{pmatrix}$$

(c)

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/9 & -1/9 & 1/9 \\ 8/9 & -10/9 & -1/9 \\ 1/9 & -8/9 & 1/9 \end{pmatrix}$$

(d)

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1/9 & -1/9 & 1/9 \\ 8/9 & 10/9 & -1/9 \\ 1/9 & 8/9 & 4/9 \end{pmatrix}$$

2 Obtener el valor de las incógnitas que satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 12$$

$$3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 13$$

$$-x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 17$$

- (a) $x_1 = 9; x_2 = 7; x_3 = 6$.
- (b) $x_1 = 2; x_2 = -5; x_3 = 4$.
- (c) $x_1 = 7; x_2 = 4; x_3 = 6$.
- (d) $x_1 = 5; x_2 = 3; x_3 = 6$.

3 ¿Cuál es el área (en las unidades correspondientes) del triángulo que tiene sus vértices en $A(1, 3, 5)$, $B(2, 5, 8)$ y $C(5, 1, -11)$?

- (a) 18.5.
- (b) 18.75.
- (c) 19.5.
- (d) 19.75.

4 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 3\operatorname{sen} x + x \cos x}{x^5} =$

- (a) $1/40$.
- (b) $1/70$.
- (c) $1/60$.
- (d) $-1/65$.

5 ¿Cuál de las siguientes funciones $y = f(x)$ no es diferenciable en $x = 0$?

(a) $y = x \text{ sen } x$.

(b) $y = \frac{1}{x^2 - 1}$.

(c) $y = |x|$.

(d) $y = x e^x$.

6 Considere lo siguiente

1. Sea $y = f(x)$ diferenciable en $x = 0$. Entonces $f(x)$ es continua en $x = 0$.
2. Sea $y = f(x)$ continua en $x = 0$. Entonces $f(x)$ es diferenciable en $x = 0$.

¿Cuál o cuáles de estas dos proposiciones son válidas?

(a) 2.

(b) 1.

(c) 1 y 2.

(d) Ninguna.

7 ¿Cuál de las siguientes es la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ en $x = 0$? (Nota: Tomar solo el signo positivo de la raíz cuadrada.)

(a) $y = 2x$.

(b) $y = 1$.

(c) $y = -x/2$.

(d) $y = -x/2 + 1$.

8 Sea k el número de soluciones reales de la ecuación $e^x + x - 2 = 0$ en el intervalo $[0, 1]$ y sea n el número de soluciones reales que no están en $[0, 1]$. ¿Cuál de las siguientes aseveraciones es verdad?

- (a) $k = n = 1$.
- (b) $k = 0$ y $n > 1$.
- (c) $k = 0$ y $n = 1$.
- (d) $k > 1$.

9 La función $y = -ax^2 + bx^4$ con $a, b > 0$ tiene

- (a) Un mínimo.
- (b) Un máximo y dos mínimos.
- (c) Un mínimo y dos máximos.
- (d) Dos máximos y dos mínimos.

10 ¿Cuál es el área máxima (en las unidades correspondientes) de un triángulo con un vértice en el centro de una circunferencia de radio 1 y los otros dos vértices sobre la circunferencia?

- (a) $1/2$.
- (b) $\pi/2$.
- (c) 2π .
- (d) $\sqrt{2}$.

11 Sea h la función definida por $h(x) = \int_0^{x^2} e^{x+t} dt$ para todos los números reales x . Entonces $h'(1) =$

(a) $e^2 - e$.

(b) $e - 1$.

(c) $2e^2$.

(d) $3e^2 - e$.

12 En el plano xy , la longitud de la curva de ecuaciones paramétricas $x = \cos t$, $y = \sin t$, con $0 \leq t \leq \pi$, es

(a) 3.

(b) π .

(c) $3/2$.

(d) $\pi/2$.

13 $\int_{-3}^3 |x + 1| dx =$

(a) 0.

(b) 5.

(c) 10.

(d) 15

14 Se tiene un total de x metros lineales de barda para cercar tres lados de un patio rectangular ¿Cuál es el área máxima posible de ese patio en función de x ?

(a) $x^2/9$.

(b) $x^2/8$.

(c) x^2 .

(d) $2x^2$.

15 ¿Cuál es el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar alrededor del eje x la región del primer cuadrante del plano xy acotada por los ejes coordenados y la gráfica de la ecuación $y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$?

- (a) $\pi/2$.
- (b) $\pi^2/2$.
- (c) $\pi^2/4$.
- (d) ∞ .

16 ¿Para qué valor de b es la recta $y = 10x$ tangente a la curva $y = e^{bx}$ en algún punto del plano xy ?

- (a) 10.
- (b) $10/e$.
- (c) $10e$.
- (d) e^{10} .

17 Sea $f(x, y) = x^2 - 2xy + y^3$ para cualquier valor real de x y y ¿Cuál de las aseveraciones siguientes es verdadera?

- (a) f tiene todos sus extremos relativos sobre la recta $x = y$.
- (b) f tiene todos sus extremos relativos sobre la parábola $x = y^2$.
- (c) f tiene un mínimo relativo en $(0, 0)$.
- (d) f tiene un mínimo absoluto en $(1, 1)$.

18 Sea $f(x, y) = e^x \operatorname{sen}(x + y)$ para cualquier valor real de x y y ¿Cuál es el valor de $\nabla f(0, \pi)$?

- (a) $(-1, -1)$.
- (b) $(-2, -1)$.
- (c) $(-1, -2)$.
- (d) $(1, 1)$.

19 Sea el campo vectorial $\mathbf{f}(x, y, z) = (e^x \operatorname{sen} y, e^x \cos y, z)$ ¿Cuál es el valor de $\nabla \cdot \mathbf{f}$?

- (a) 0.
- (b) $e^x + y$.
- (c) $e^x \cos y$.
- (d) 1.

20 Sea el campo vectorial $\mathbf{f}(x, y, z) = (2xy, x^2 + 2yz, y^2)$. Entonces $\nabla \times \mathbf{f} =$

- (a) $(4, 0, 2)$.
- (b) $(0, 0, 0)$.
- (c) $(-1, 2, 0)$.
- (d) $(3, 2, -3)$.

21 Sea C la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ orientada en la dirección opuesta a la de las manecillas del reloj en el plano xy ¿Cuál es el valor de la integral de línea

$$\oint_C (2x - y) dx + (x + 3y) dy?$$

- (a) 0.

- (b) 1.
- (c) π .
- (d) 2π .

22 Sea \mathbf{F} una fuerza constante de magnitud uno paralela al vector $(-1, 0, 1)$ en el espacio xyz ¿Cuál es el trabajo realizado por esa fuerza sobre una partícula que se mueve en la trayectoria dada por (t, t^2, t^3) entre el tiempo $t = 0$ y el tiempo $t = 1$?

- (a) $-\frac{1}{4}$.
- (b) 0.
- (c) $-1/(4\sqrt{2})$.
- (d) $3\sqrt{2}$.

23 Un producto está compuesto de cuatro piezas. La probabilidad de que la primera pieza sea defectuosa es de 2 por cada mil, de que la segunda salga defectuosa es de 4 por cada mil, de que la tercera salga defectuosa es de 7 por cada mil y de que la cuarta salga defectuosa es de 1 por cada mil. Entonces la probabilidad de que el producto contenga alguna pieza defectuosa es

- (a) 0.014.
- (b) 0.986.
- (c) 0.5.
- (d) 0.231.

24 Una bolsa contiene dos bolas negras, tres bolas blancas, cuatro bolas rojas y cinco bolas verdes. Supóngase que se extrae una única bola de la bolsa. Si llamamos p_1 a la probabilidad de que la bola sea de color rojo, p_2 a la probabilidad de que la bola no sea negra y p_3 a la probabilidad de que la bola sea blanca o verde, entonces

(a) $p_1 = 2/7$; $p_2 = 6/7$; $p_3 = 4/7$.

(b) $p_1 = 1/7$; $p_2 = 3/14$; $p_3 = 2/7$.

(c) $p_1 = 3/7$; $p_2 = 1/14$; $p_3 = 5/7$.

(d) $p_1 = 3/9$; $p_2 = 1/2$; $p_3 = 5/7$.

25 En un examen de admisión al Posgrado de Ingeniería en Energía las probabilidades de pasar el examen de Termodinámica son del 80 %, las de pasar el de Matemáticas son del 75 % y las de pasar la materia de la subdisciplina son del 70 %. Si llamamos p_1 a la probabilidad de que un estudiante pase las tres materias, p_2 a la probabilidad de que repruebe solamente una materia y p_3 a la probabilidad de que si reprobó una materia ésta haya sido Matemáticas, entonces

(a) $p_1 = 0.33$; $p_2 = 0.52$; $p_3 = 0.35$.

(b) $p_1 = 0.45$; $p_2 = 0.33$; $p_3 = 0.48$.

(c) $p_1 = 0.42$; $p_2 = 0.425$; $p_3 = 0.329$.

(d) $p_1 = 0.414$; $p_2 = 0.361$; $p_3 = 0.382$.