

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
PROGRAMA DE POSGRADO EN INGENIERÍA (ÁREA ENERGÍA)  
EXÁMEN DE ADMISIÓN  
MATEMÁTICAS  
INGRESO NACIONALES 2017-2

**Pregunta 1**

La representación paramétrica de una curva en el espacio  $(x, y)$  está dada por:

$$x = 2 - \cos t, \quad y = 3 + \sin t$$

donde  $0 < t < 2\pi$ . Encuentre la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto  $x = 2 + 1/\sqrt{2}$ ,  $y = 3 + 1/\sqrt{2}$

**Pregunta 2**

Recordando que  $x = r \cos \theta$  y  $y = r \sin \theta$ , indique cuál es la expresión en coordenadas polares de la función *Cardioide* definida por

$$(x^2 + y^2 - 2ax)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$$

**Pregunta 3**

Recordando que el área de una superficie de revolución que gira sobre el eje  $x$  y que está definida entre 0 y  $2\pi$  está dada por la fórmula

$$S = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} y dx$$

Indique cuál es el área de la *Cicloide* definida por

$$x = \theta - \sin \theta, \quad y = 1 - \cos \theta \tag{1}$$

**Pregunta 4**

Indique cuál es la derivada de la función *Folio de Descartes* definida por

$$x^3 + y^3 = 6xy$$

en el punto  $(3,3)$

**Pregunta 5**

Indique cuánto vale la doble integral

$$I = \int_{x=0}^1 \left( \int_{y=-x^2}^{\sqrt{x}} x^2 y dy \right) dx$$

**Pregunta 6**

La *matriz Jacobiana*  $\mathbf{J}$  se define como

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial u_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial u_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial u_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}.$$

Encuentre el determinante de la matriz Jacobiana de la función definida por

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) = (x_1 \sin x_2 \cos x_3, x_1 \sin x_2 \sin x_3, x_1 \cos x_2)$$

**Pregunta 7**

Considere la *hélice* definida por

$$\mathbf{r} = (t, 3 \cos t, -3 \sin t) \tag{2}$$

Recordando que la curvatura  $\kappa$  de una curva en el espacio está definida por

$$\kappa = \frac{|\mathbf{r}' \times \mathbf{r}''|}{|\mathbf{r}'|^3} \tag{3}$$

donde  $\mathbf{r}' = d\mathbf{r}/dt$ . Identifique cuánto vale la curvatura de la hélice:

**Pregunta 8**

Indique cuál es la matriz inversa de:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Pregunta 9**

Encuentre el *promedio*, la *mediana* y la *moda* de la siguiente serie de números

13, 18, 13, 14, 13, 16, 14, 21, 13

**Pregunta 10**

Considere el campo vectorial  $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$  en coordenadas cartesianas definido por

$$u_x = A \sin z + C \cos y,$$

$$u_y = B \sin x + A \cos z,$$

$$u_z = C \sin y + B \cos x.$$

Donde  $A, B, C$  son números reales. Demuestre que  $\nabla \times \mathbf{u} = \mathbf{u}$ .