

Problemas Resueltos

Tipo Examen de Admisión

Termodinámica

Los problemas aquí referidos son presentados como "problemas tipo examen de admisión de termodinámica". Son una guía para el estudiante y no deberán ser tomados como los problemas que aparecerán en el examen de admisión.

Los siguientes problemas son tomados del libro:

Fundamental of Thermodynamics. Richard E. Sonntag, Claus Borgnakke and Gordon J. Van Wylen. Ed. John Wiley & Sons, Sixth Edition, 1976, U.S.A. ISBN 0-471-15232-3.

1.- ¿Cuál es el peso de un kilogramo masa a una altitud donde la aceleración local de la gravedad es de 9.78 m/s^2 ?

R1.-La fuerza en Newtons es:

$$F = mg = (1 \text{ kg}) \left(9.78 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ N}}{\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}} \right) = 9.78 \text{ N}$$

Nota:

$$1 \text{ N} = \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}$$

2.- Un pistón cilíndrico con un área de sección transversal de 0.01 m^2 está conectado con una línea hidráulica a otro pistón cilíndrico con área de sección 0.05 m^2 . Suponga que en ambas cámaras de los pistones y la línea hidráulica que los une se encuentra llena con un fluido de densidad de 900 kg/m^3 y el pistón de mayor área de sección transversal está 6 m por arriba del pistón con menor área de sección transversal. Considerando una presión atmosférica de 100 kPa y una fuerza neta de 25 kN actuando en el pistón más pequeño, ¿Cuál es la fuerza del pistón más grande que tiene que actuar para lograr el balance? R2.-El balance de fuerzas en el pistón pequeño es

$$F_1 + P_0 A_1 = P_1 A_1$$

donde la presión del fluido es

$$P_1 = P_0 + \frac{F_1}{A_1}$$

$$P_1 = (100 \text{ kPa}) + \frac{25 \text{ kN}}{0.01 \text{ m}^2}$$

$$P_1 = 2600 \text{ kPa}$$

Nota: Tome en cuenta que

$$1 \text{ kPa} = 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

La presión en el cilindro elevado a 6 m es

$$P_2 = P_1 - \rho g H$$

$$P_2 = 2600 \text{ kPa} - \left(900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (6 \text{ m}) \left(\frac{\text{kPa}}{1000 \text{ Pa}} \right)$$

$$P_2 = 2547 \text{ kPa}$$

Nota: el segundo término de la derecha tiene unidades de pascales y se requieren unidades de kilo-pascales para poder realizar la suma

$$\left(900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (6 \text{ m}) = 52974.0 \frac{\text{kg}}{(\text{m})\text{s}^2} = 52974.0 \text{ Pa}$$

$$52974.0 \text{ Pa} = 52.974 \text{ kPa}$$

Haciendo el balance de fuerzas en el pistón más grande

$$F_2 + P_0 A_2 = P_2 A_2$$

$$F_2 = (P_2 - P_0) A_2$$

$$F_2 = (2547 \text{ kPa} - 100 \text{ kPa}) (0.05 \text{ m}^2)$$

$$F_2 = 122.35 \text{ m}^2 \text{ kPa}$$

$$F_2 = 122.35 \text{ kN}$$

4.- Considere como un sistema el gas contenido en un cilindro y confinado por un émbolo o pistón. En la parte superior del émbolo se colocan pequeñas pesas y la presión inicial es 200 kPa y el volumen inicial del gas es 0.04 m³.

- Un mechero de Bunsen es colocado bajo el cilindro y el volumen del gas se incrementa 0.1 m³ mientras la presión permanece constante. Calcule el trabajo realizado por el sistema durante el proceso.
- Considere el mismo sistema y condiciones iniciales, pero al mismo tiempo que el mechero de Bunsen está colocado por debajo del cilindro y el pistón se desplaza hacia arriba, las pesas son removidas a una razón tal que, durante el proceso, la temperatura del gas permanece constante. Considere el modelo del gas ideal para el comportamiento del sistema.
- Considere el mismo sistema, pero durante la transferencia de calor los pesos son movidos a una razón que puede ser expresada como $PV^{1.3} = \text{constante}$ y describe la relación entre presión y volumen durante el proceso. Al igual que el inciso a), el volumen final del gas es 0.1 m³. Calcule el trabajo.
- Considere el pistón es mantenido en su posición por una vástago que impide su desplazamiento y el volumen permanece constante. Calcule el trabajo si al utilizar el mechero de Bunsen la presión se incrementa al doble de la presión inicial.

R4.- a) El trabajo se calcula mediante la expresión

$${}_1W_2 = \int_1^2 P dV$$

con la presión constante

$${}_1W_2 = P \int_{V_1}^{V_2} dV$$

$${}_1W_2 = P(V_2 - V_1)$$

$${}_1W_2 = (200 \text{ kPa}) (0.1 \text{ m}^3 - 0.04 \text{ m}^3) = 12.0 \text{ m}^3 \text{ kPa}$$

$${}_1W_2 = 12.0 \text{ kJ}$$

Nota:

$$\text{m}^3 \text{ kPa} = 1000.0 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \text{ kg}$$

$$\text{J} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \text{ kg}$$

R4.- b) La ecuación del gas ideal es

$$PV = mRT$$

ya que la temperatura T es constante al igual que la masa m y R son constantes, esto es un proceso politrópico con exponente $n = 1$.

$$PV^1 = cte.$$

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$P_2 = P_1 \frac{V_1}{V_2}$$

Así el trabajo es

$${}_1W_2 = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

$${}_1W_2 = \int_{V_1}^{V_2} P_1 \frac{V_1}{V} dV$$

$${}_1W_2 = P_1V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$${}_1W_2 = P_1V_1(\ln V_2 - \ln V_1)$$

$${}_1W_2 = P_1V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$${}_1W_2 = (200 \text{ kPa})(0.04 \text{ m}^3) \ln \frac{0.1 \text{ m}^3}{0.04 \text{ m}^3} = 7.33 \text{ m}^3 \text{ kPa}$$

$${}_1W_2 = 7.33 \text{ kJ}$$

R4.- c) Este es un proceso politrópico con $n = 1.3$. Así se tiene que

$$PV^n = cte.$$

$$P_1V_1^n = P_2V_2^n$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^n$$

$$P_2 = (200 \text{ kPa}) \left(\frac{0.04 \text{ m}^3}{0.1 \text{ m}^3} \right)^{1.3} = 60.77 \text{ kPa}$$

para un proceso politrópico con $n \neq 1$:

$${}_1W_2 = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

$${}_1W_2 = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n}$$

$${}_1W_2 = \frac{(60.77 \text{ kPa})(0.1 \text{ m}^3) - (200 \text{ kPa})(0.04 \text{ m}^3)}{1-(1.3)} = 6.41 \text{ m}^3 \text{ kPa}$$

$${}_1W_2 = 6.41 \text{ kJ}$$

R4.- d) Ya que el trabajo es expresado como $\delta W = PdV$ para un proceso de cuasi-equilibrio, el trabajo es CERO ya que no hay cambio en el volumen $dV = 0$.

5.- Un tanque que contiene un fluido es agitado por una rueda con paletas. El trabajo proporcionado por la rueda de paletas es de 5000 kJ . La transferencia de calor desde el tanque hacia los alrededores 1500 kJ . Considere una superficie de control que incluye el tanque y el fluido de en su interior y determine el cambio

de energía interna del sistema.

R5.- Considerando la Primera Ley de la Termodinámica y haciendo un balance en el sistema:

$$U_2 - U_1 + \frac{1}{2}(\mathbf{V}_2^2 - \mathbf{V}_1^2) + mg(Z_2 - Z_1) = {}_1Q_2 - {}_1W_2$$

$$U_2 - U_1 + \left[\frac{1}{2}(\mathbf{V}_2^2 - \mathbf{V}_1^2) \right] + [mg(Z_2 - Z_1)] = {}_1Q_2 - {}_1W_2$$

$$U_2 - U_1 = {}_1Q_2 - {}_1W_2$$

$$\Delta U = {}_1Q_2 - {}_1W_2$$

$$\Delta U = -1500 \text{ kJ} - (-5000) \text{ kJ}$$

$$\Delta U = 3500 \text{ kJ}$$

Nota: Por convención de signos el calor abandona el sistema y es negativo. Además, el trabajo entra el sistema por lo que es negativo.

6.- Un tanque tiene un volumen de 5 m^3 y contiene 0.05 m^3 de agua líquida saturada y 4.95 m^3 de vapor de agua saturado a 0.1 MPa . Se inyecta calor hasta que en el tanque solo presenta vapor saturado.

Determine la cantidad de calor transferido al tanque para este proceso. Considere el agua dentro del tanque como la masa de control.

Considere las siguientes propiedades termodinámicas en sus cálculos:

$$v_{f,1} = 0.001043 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$v_{g,1} = 1.6940 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$u_{f,1} = 417.36 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$u_{g,1} = 2560.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$u_{g,2} = 2600.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

R6.- Haciendo un balance por Primera Ley de la Termodinámica

$$U_2 - U_1 + \frac{1}{2}(\mathbf{V}_2^2 - \mathbf{V}_1^2) + mg(Z_2 - Z_1) = {}_1Q_2 - {}_1W_2$$

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1 + \frac{1}{2}(\mathbf{V}_2^2 - \mathbf{V}_1^2) + mg(Z_2 - Z_1) + {}_1W_2$$

Considerando que no hay cambio en la energía cinética, en la energía potencia y no hay transferencia de trabajo,

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1$$

Tomando en cuenta las condiciones del estado inicial, se puede establecer la masa de cada uno de los componentes

$$m_{1,liq} = \frac{V_{liq}}{v_{f,1}} = \frac{0.05 \text{ m}^3}{0.001043 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}} = 47.94 \text{ kg}$$

$$m_{1,vap} = \frac{V_{vap}}{v_{g,1}} = \frac{4.95 \text{ m}^3}{1.6940 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}} = 2.92 \text{ kg}$$

y la energía interna del estado inicial es:

$$U_1 = m_{1,liq}u_{f,1} + m_{1,vap}u_{g,1}$$

$$U_1 = (47.94 \text{ kg}) \left(417.36 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) + (2.92 \text{ kg}) \left(2560.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = 27483.73 \text{ kJ}$$

para determinar el volumen específico final se considera la masa total del agua y el volumen del tanque

$$v_{g,2} = \frac{V}{m}$$

$$v_{g,2} = \frac{V}{m_{1,liq} + m_{1,vap}}$$

$$v_{g,2} = \frac{5 \text{ m}^3}{47.94 \text{ kg} + 2.92 \text{ kg}}$$

$$v_{g,2} = 9.831 \times 10^{-2} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Nota: La masa total de agua es la componente en estado líquido más el estado vapor.

$$m = m_{1,liq} + m_{1,vap}$$

$$m = 47.94 \text{ kg} + 2.92 \text{ kg}$$

$$m = 50.86 \text{ kg}$$

Para obtener el valor de la energía interna al final del proceso:

$$U_2 = mu_{g,2}$$

$$U_2 = (50.86 \text{ kg}) \left(2600.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$$

$$U_2 = 132261.43 \text{ kJ}$$

Por último la transferencia de calor es entonces

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1$$

$${}_1Q_2 = 132261.43 \text{ kJ} - 27483.73 \text{ kJ}$$

$${}_1Q_2 = 104777.7 \text{ kJ}$$

7.- Una bomba sumergible está localizada a 15 m por debajo del nivel del terreno en un pozo. La bomba maneja una presión de 90 kPa y un flujo másico de 1.5 kg/s. El agua está a una temperatura de 10°C y su densidad es de 999.77 kg/m³. La línea de salida es un tubo de diámetro de 0.04 m que llega hasta un tanque que se mantiene a una presión manométrica de 400 kPa. Considerando que la presión atmosférica es de 101.3 kPa, el proceso es adiabático, las velocidades de entrada y salida son las mismas, y que el agua se mantiene a la misma temperatura de 10°C. Calcule el trabajo de bombeo requerido.

R7.- De la ecuación de continuidad se tiene que

$$\dot{m}_{ent} = \dot{m}_{sal} = \dot{m}$$

y del balance de energía por primera ley se escribe

$$\dot{m} \left(h_{ent} + \frac{1}{2} \mathbf{V}_{ent}^2 + gZ_{ent} \right) = \dot{m} \left(h_{sal} + \frac{1}{2} \mathbf{V}_{sal}^2 + gZ_{sal} \right) + \dot{W}$$

la condición para el cálculo de la entalpía de salida

$$h_{sal} = h_{ent} + (P_{sal} - P_{ent})v$$

$$h_{sal} - h_{ent} = (P_{sal} - P_{ent})v$$

donde v y u son constantes y no existe cambio en la velocidad \mathbf{V} .

Rescribiendo la ecuación de balance

$$\dot{W} = \dot{m}(h_{ent} + gZ_{ent} - h_{sal} - gZ_{sal})$$

$$\dot{W} = \dot{m}(gZ_{ent} - gZ_{sal} + h_{ent} - h_{sal})$$

$$\dot{W} = \dot{m}(g(Z_{ent} - Z_{sal}) - (P_{sal} - P_{ent})v)$$

Nota: La presión de salida es la manométrica más la atmosférica

$$P_{sal} = P_{man} + P_{atm}$$

$$P_{sal} = 400 \text{ kPa} + 101.3 \text{ kPa}$$

$$P_{als} = 501.3 \text{ kPa}$$

El volumen específico es el inverso de la densidad,

$$v = \frac{1}{\rho}$$

por lo tanto:

$$\dot{W} = \left(1.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}}\right) \left(\left(9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (-15 \text{ m} - 0 \text{ m}) - (501.3 \text{ kPa} - 90 \text{ kPa}) \left(\frac{1}{999.77 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}\right) \right)$$

$$\dot{W} = \left(1.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}}\right) \left(-147.105 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 411300.0 \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2} \left(\frac{1}{999.77 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}\right) \right)$$

$$\dot{W} = \left(1.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}}\right) \left(-147.105 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 411.40 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right)$$

$$\dot{W} = \left(1.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}}\right) \left(-558.505 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right) = -837.76 \frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{s}^3}$$

$$\dot{W} = -837.76 \left(\frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{s}^2}\right) \left(\frac{1}{\text{s}}\right) = -837.76 (\text{J}) \left(\frac{1}{\text{s}}\right)$$

$$\dot{W} = -837.76 \text{ W}$$

8.- Vapor a presión de 1.4 MPa y temperatura de 300°C fluye en una tubería. Conectado a la tubería a través de una válvula hay un tanque evacuado. La válvula se abre y el tanque se llena hasta una presión de 1.4 MPa y después la válvula se cierra. El proceso sucede de manera adiabática y las energías cinética y potencial son despreciables. Determine la energía interna del vapor. Considere que la entalpía de entrada es de 3040.4 kJ/kg .

R8.- De la Primera Ley de la Termodinámica para un volumen de control se tiene:

$$\dot{Q}_{C.V.} + \sum m_i \left(h_i + \frac{\mathbf{V}_i^2}{2} + gZ_i \right) = \sum m_e \left(h_e + \frac{\mathbf{V}_e^2}{2} + gZ_e \right) + \left[m_2 \left(u_2 + \frac{\mathbf{V}_2^2}{2} + gZ_2 \right) - m_1 \left(u_1 + \frac{\mathbf{V}_1^2}{2} + gZ_1 \right) \right]_{C.V.} + W_{C.V.}$$

Note que $\dot{Q}_{C.V.} = 0$, $W_{C.V.} = 0$, $m_e = 0$ y $(m_1)_{C.V.} = 0$. Además, la energía cinética y potencial son despreciables. Por lo tanto la ecuación anterior simplemente se reduce a

$$m_i(h_i) = m_2(u_2)$$

con base en la ecuación de continuidad

$$m_1 = m_2$$

por lo tanto

$$h_1 = u_2 = 3040.4 \text{ kJ/kg}$$

9.- Como un modo de operación de un aire acondicionado es enfriar una habitación durante un día caluroso, así que este funciona como un refrigerador. Un total de 4kW debe ser removido de una habitación a 24°C hacia la intemperie que se encuentra a 35°C. Estime la magnitud del trabajo requerido. Considere que el proceso es reversible y es representado por un ciclo de Carnot de refrigeración.

R9.- El coeficiente de funcionamiento del refrigerador COP es establecido como:

$$COP = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}}$$

$$COP = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{Q}_H - \dot{Q}_L}$$

$$COP = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

$$COP = \frac{(273.15 + 24) \text{ K}}{(273.15 + 35) \text{ K} - (273.15 + 24) \text{ K}}$$

$$COP = 27.014$$

y el trabajo requerido es

$$COP = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}}$$

$$\dot{W} = \frac{\dot{Q}_L}{COP}$$

$$\dot{W} = \frac{4 \text{ kW}}{27.014}$$

$$\dot{W} = 0.148 \text{ kW}$$

11.- Una turbina de vapor que no opera adiabáticamente, es decir que intercambia calor con los alrededores, entrega una potencia de 9MW y opera con un flujo másico de 17 kg/s. Las condiciones a la entrada de la turbina son 3MPa, 450°C y una velocidad de . A la salida el estado es vapor saturado a 0.5MPa y una velocidad de 80m/s. Considere que la entalpía de entrada es 3343.1kJ/kg y la entalpía de salida es 2746.6kJ/kg. Calcule el calor que es transferido a la turbina en kW.

R11.- Del balance de energía por Primera Ley de la Termodinámica se tiene que

$$\begin{aligned} \dot{Q} - \dot{W} &= \dot{m} \left(dh + \frac{1}{2} dV^2 + g dz \right) \\ \dot{Q} &= \dot{m} \left(h_2 - + \frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2) \right) + \dot{W} \\ \dot{Q} &= \dot{m} dh + \frac{1}{2} \dot{m} (V_2^2 - V_1^2) + \dot{W} \\ \dot{Q} &= \left(17 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right) \left(2746.6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 3343.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) + \frac{1}{2} \left(17 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right) \left(\left(80 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(200 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) + 9000 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} \\ \dot{Q} &= -1426100.0 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3} \text{kg} \\ \dot{Q} &= -1426.1 \text{kW} \end{aligned}$$

12. Un bloque de hierro de 50kg y un bloque de cobre de 20kg, ambos a una temperatura inicial de 80°C son depositados en un gran lago cuya temperatura es de 15°C. Al transcurrir el tiempo los bloques llegan al equilibrio térmico con el agua del lago. Determine el cambio total de entropía, o entropía generada, para este proceso. Considere que el calor específico del hierro es $C_{\text{hierro}} = 0.45 \text{ kJ/kgK}$ y el calor específico del cobre es $C_{\text{cobre}} = 0.386 \text{ kJ/kgK}$.

R12.- Los cambios en la entropía de los bloques es dada por

$$\begin{aligned} \Delta S_{\text{hierro}} &= m_{\text{hierro}} C_{\text{hierro}} \ln \left(\frac{T_{\text{Lago}}}{T_i} \right) \\ \Delta S_{\text{hierro}} &= (50 \text{ kg}) \left(0.45 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{(15 + 273.15) \text{K}}{(80 + 273.15) \text{K}} \right) \\ \Delta S_{\text{hierro}} &= -4.577 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \\ \\ \Delta S_{\text{cobre}} &= m_{\text{cobre}} C_{\text{cobre}} \ln \left(\frac{T_{\text{Lago}}}{T_i} \right) \\ \Delta S_{\text{cobre}} &= (20 \text{ kg}) \left(0.386 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{(15 + 273.15) \text{K}}{(80 + 273.15) \text{K}} \right) \\ \Delta S_{\text{cobre}} &= -1.570 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \end{aligned}$$

Al considerar el hierro y el cobre como sistema, y se trata como un sistema cerrado ya que no hay transferencia de masa a través de su frontera durante el proceso. El balance de energía es establecido por

$$\begin{aligned} -Q_{\text{salida}} &= \Delta U_{\text{hierro}} - \Delta U_{\text{cobre}} \\ -Q_{\text{salida}} &= m_{\text{hierro}} C_{\text{hierro}} (T_{\text{Lago}} - T_i) + m_{\text{cobre}} C_{\text{cobre}} (T_{\text{Lago}} - T_i) \\ Q_{\text{salida}} &= m_{\text{hierro}} C_{\text{hierro}} (T_i - T_{\text{Lago}}) + m_{\text{cobre}} C_{\text{cobre}} (T_i - T_{\text{Lago}}) \\ Q_{\text{salida}} &= (50 \text{ kg}) \left(0.45 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (353.1 \text{K} - 288.15 \text{K}) + (20 \text{ kg}) \left(0.386 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (353.1 \text{K} - 288.15 \text{K}) \\ Q_{\text{salida}} &= 1962.8 \text{kJ} \end{aligned}$$

y para el caso del lago

$$\Delta S_{Lago} = \frac{Q_{salida}}{T_{Lago}}$$

$$\Delta S_{Lago} = \frac{1962.8 \text{ kJ}}{288.15 \text{ K}} = 6.812 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

La generación total de entropía es:

$$\Delta S_{Total} = \Delta S_{hierro} + \Delta S_{cobre} + \Delta S_{Lago}$$

$$\Delta S_{Total} = -4.577 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} - 1.570 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} + 6.812 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{Total} = 0.665 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Los siguientes problemas son tomados del libro:

250 Ejercicios y problemas de termodinámica explicados y resueltos. Manuel Zamora Carranza. Universidad de Sevilla, Manuales Universitarios. Sevilla, España, 1998 ISBN 84-472-0491-X

1.- La constante de los gases es $R = 8.314510 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$, cuando se expresa en moles. Hallar la constante de los gases expresada en gramos para el hidrógeno ($M_1 = 2.02 \text{ gmol}^{-1}$) y el oxígeno ($M_2 = 32.00 \text{ gmol}^{-1}$)

R1.-

$$R_1 = \frac{R}{M_1}$$

$$R_1 = \frac{(8.314510 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1})}{(2.02 \text{ gmol}^{-1})} = 4.1161 \frac{\text{J}}{\text{Kg}}$$

$$R_2 = \frac{R}{M_2}$$

$$R_2 = \frac{(8.314510 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1})}{(32.00 \text{ gmol}^{-1})} = 0.2598 \frac{\text{J}}{\text{Kg}}$$

2.- La densidad media del aire en condiciones ambientales en una determinada ciudad es $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$. Determinar la presión normal de esta ciudad localizada a 650 m sobre el nivel del mar.

R2.- Considerando que la presión al nivel del mar es $P_0 = 1.00 \text{ atm}$ y la densidad del mercurio es $\rho_{Hg} = 13.6 \text{ g/cm}^3$. La presión atmosférica normal a nivel del mar puede expresarse como:

$$P_0 = (\rho_{Hg})(g)(h_0)$$

donde $g = 981.0 \text{ cm/s}^2$ es la aceleración de la gravedad y $h_0 = 76.0 \text{ cm}$ representa la altura de la columna de mercurio en el barómetro. Para el cálculo de la presión a la altura de 650 m sobre el nivel del mar:

$$P = P_0 - P_{city}$$

$$P = (\rho_{Hg})(g)(h_0) - (\rho)(g)(h)$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{P_0 - P_{city}}{P_0}$$

$$\frac{P}{P_0} = 1 - \frac{P_{city}}{P_0}$$

$$\frac{P}{P_0} = 1 - \frac{(\rho)(g)(h)}{(\rho_{Hg})(g)(h_0)}$$

$$\frac{P}{P_0} = 1 - \frac{(\rho)(h)}{(\rho_{Hg})(h_0)}$$

$$\frac{P}{P_0} = 1 - \frac{(1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(650 \text{ m})}{(13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})(76.0 \text{ cm}) \left(\frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \right) \left(\frac{\text{m}}{100 \text{ cm}} \right)}$$

$$\frac{P}{P_0} = 0.925$$

Así se tiene que:

$$P = (0.925)P_0$$

$$P = (0.925)(1.00 \text{ atm})$$

$$P = 0.925 \text{ atm}$$

Nota: se considera que no hay una variación significativa de la aceleración de la gravedad entre el nivel del mar y la ciudad.

3.- Un resorte está sujeto en su extremo superior y tiene una longitud, $L_0 = 150.0 \text{ mm}$ cuando está sin someterse a un peso como carga. Al colocar una masa $m = 10.0 \text{ kg}$ en el extremo inferior el resorte se estira hasta alcanzar una longitud de $L = 205.0 \text{ mm}$.

- a).- Determine cuál es el trabajo sobre el resorte cuando se cuelga una sola pesa de masa $m = 10.0 \text{ kg}$
 b).- Determine cuál es el trabajo sobre el resorte cuando se cuelgan sucesivamente cuatro pesas, cada una con masa $m_a = 2.5 \text{ kg}$
 c).- Determine cuál es el trabajo sobre el resorte al cargar los 10.0 kg considerando un proceso cuasi-estáticamente.

Considere en sus cálculos que la aceleración de la gravedad es $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

R3.- La constante del resorte se determina a través de la ley elástica del resorte

$$F_r = k(l - l_0)$$

$$k = \frac{F_r}{(l - l_0)}$$

$$k = \frac{mg}{(l - l_0)}$$

$$k = \frac{(10.0 \text{ kg})\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}{(205.0 \text{ mm} - 150.0 \text{ mm})\left(\frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}}\right)}$$

$$k = \frac{(10.0 \text{ kg})\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}{(205.0 \text{ mm} - 150.0 \text{ mm})\left(\frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}}\right)}$$

$$k = 1783.64 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

$$k = 1.78364 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

R3 a).-El trabajo se realiza con una fuerza externa constante

$$W = -\int_{l_0}^l mg dl$$

$$W = -mg \int_{l_0}^l dl$$

$$W = -mg(l - l_0)$$

$$W = -(m)(g)(l - l_0)$$

$$W = -(10.0 \text{ kg})\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.205 \text{ m} - 0.150 \text{ m})$$

$$W = -5.34 \frac{\text{m}^2 \text{ kg}}{\text{s}^2}$$

$$W = -5.34 \text{ J}$$

Nota: el signo negativo corresponde al hecho que se realiza trabajo contra el resorte

R3 b).-La extensión del resorte se hace en cuatro etapas, el trabajo es de la forma

$$\begin{aligned}
W &= -\sum_{i=1}^4 \int_{l_{i-1}}^{l_i} F_{ext} dl \\
W &= -\int_{l_0}^{l_1} \frac{1}{4} mg dl - \int_{l_1}^{l_2} \frac{1}{2} mg dl - \int_{l_2}^{l_3} \frac{3}{4} mg dl - \int_{l_3}^{l_4} mg dl \\
W &= -mg \left(\frac{1}{4} \int_{l_0}^{l_1} dl - \frac{1}{2} \int_{l_1}^{l_2} dl - \frac{3}{4} \int_{l_2}^{l_3} dl - \int_{l_3}^{l_4} dl \right) \\
W &= -mg \left(\frac{1}{4} \int_{l_0}^{l_1} dl - \frac{1}{2} \int_{l_1}^{l_2} dl - \frac{3}{4} \int_{l_2}^{l_3} dl - \int_{l_3}^{l_4} dl \right) \\
W &= -mg \left(\frac{l_1 - l_0}{4} + \frac{(l_2 - l_1)}{2} + \frac{3(l_3 - l_2)}{4} + (l_4 - l_3) \right)
\end{aligned}$$

Considerando que k es una constante, los alargamientos del resorte en las sucesivas etapas son proporcionales a las fuerzas externas, de acuerdo con la forma

$$l_i - l_{i-1} = \frac{mg}{4k}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned}
W &= -mg \left(\frac{l_1 - l_0}{4} + \frac{(l_2 - l_1)}{2} + \frac{3(l_3 - l_2)}{4} + (l_4 - l_3) \right) \\
W &= -mg \left(\frac{1}{4} \left(\frac{mg}{4k} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{mg}{4k} \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{mg}{4k} \right) + \frac{mg}{4k} \right) \\
W &= -\frac{5 m^2 g^2}{8 k} \\
W &= -\left(\frac{5}{8} \right) \frac{(10.0 \text{ kg})^2 \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)^2}{\left(1.78364 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}} \right)} \\
W &= -3.37 \frac{\text{m}^3 \text{ kg}^2}{\text{N s}^4} = -3.37 \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2} \\
W &= -3.37 \text{ J}
\end{aligned}$$

R3 c).- La fuerza se aplica en una sucesión de estados de equilibrio en un proceso de cuasi-equilibrio, de tal forma que la fuerza se aplica continuamente cumpliendo en cada instante la ley elástica establecida

$$\begin{aligned}
W &= -\int_{l_0}^l k(l - l_0) dl \\
W &= -k \int_{l_0}^l (l - l_0) dl \\
W &= -\frac{1}{2} k (l - l_0)^2 \\
W &= -\frac{1}{2} \left(1.78364 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}} \right) \left((0.205 \text{ m} - 0.150 \text{ m}) \right)^2 \\
W &= -2.70 \text{ Nm} \\
W &= -2.70 \text{ J}
\end{aligned}$$

Nota: Mientras más pausado es el proceso se requiere un menor trabajo ya que se van alcanzando un mayor número de estados de equilibrio.

4.- Las instrucciones de un horno fabricado en Estados Unidos dicen que la primera posición del termostato regula la temperatura del horno a 300°F y que las tres posiciones superiores consecutivas elevan la temperatura en 125°F cada una. Determinar todos los valores en la escala Celsius.

R4.- La equivalencia entre escalas es

$$T(^{\circ}\text{C}) = \frac{5}{9}(T(^{\circ}\text{F}) - 32.0)$$

Así,

$$T_1 = \frac{5}{9}(300 - 32.0) = 148.9^{\circ}\text{C}$$

Al incrementar la ecuación de equivalencia entre escalas

$$\Delta T(^{\circ}\text{C}) = \frac{5}{9} \Delta T(^{\circ}\text{F})$$

$$\Delta T(^{\circ}\text{C}) = \frac{5}{9}(125)$$

$$\Delta T(^{\circ}\text{C}) = 69.44^{\circ}\text{C}$$

y los valores buscados son entonces:

$$T_2 = (148.9 + 69.44)^{\circ}\text{C}$$

$$T_2 = 218.34^{\circ}\text{C}$$

$$T_3 = (218.34 + 69.44)^{\circ}\text{C}$$

$$T_3 = 287.78^{\circ}\text{C}$$

$$T_4 = (287.78 + 69.44)^{\circ}\text{C}$$

$$T_4 = 357.22^{\circ}\text{C}$$

5.- Un gas ideal tiene un calor específico a volumen constante tal que $C_v = 2.5R$. Si se realiza un proceso adiabático y cuasi-estático desde las condiciones $P_1 = 12.0\text{atm}$ y $V_1 = 0.001\text{m}^3$ hasta que su presión se reduce al valor ambiental $P_2 = 1.0\text{atm}$. Hallar el trabajo, así como los incrementos de energía interna y entalpía experimentados en el proceso.

R5.- Se trata de un procesos politrópico de la forma

$$PV^{\gamma} = P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} = K$$

donde el índice adiabático está expresado por

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v}$$

$$\gamma = 1 + \frac{R}{2.5R} = 1 + \frac{1}{2.5}$$

$$\gamma = 1.4$$

El estado final se calcula mediante:

$$\begin{aligned}
P_1 V_1^\gamma &= P_2 V_2^\gamma \\
V_2^\gamma &= \frac{P_1}{P_2} V_1^\gamma \\
\ln(V_2^\gamma) &= \ln\left(\left(\frac{P_1}{P_2}\right)(V_1^\gamma)\right) \\
\gamma \ln V_2 &= \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) + \ln(V_1^\gamma) \\
\gamma \ln V_2 &= \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) + \gamma \ln V_1 \\
\ln V_2 &= \frac{1}{\gamma} \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) + \ln V_1 \\
\exp(\ln V_2) &= \exp\left(\frac{1}{\gamma} \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) + \ln V_1\right) \\
V_2 &= \exp\left(\frac{1}{\gamma} \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) + \ln V_1\right)
\end{aligned}$$

note que las presiones son:

$$\begin{aligned}
P_1 &= 12.0 \text{ atm} = 1215900.0 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1215900.0 \frac{\text{kg}}{(\text{m})\text{s}^2}, \\
P_2 &= 1.0 \text{ atm} = 101325.0 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 101325.0 \frac{\text{kg}}{(\text{m})\text{s}^2}
\end{aligned}$$

y el volumen es entonces calculado como:

$$\begin{aligned}
V_2 &= \exp\left(\frac{1}{1.4} \ln\left(\frac{1215900.0}{101325.0}\right) + \ln(0.001)\right) \\
V_2 &= 5.9 \times 10^{-3} \text{ m}^3
\end{aligned}$$

Al ser un proceso cuasi-estático, el trabajo puede determinarse sustituyendo la presión por el valor dado por la ecuación de las transformaciones adiabáticas del gas ideal

$$\begin{aligned}
{}_1W_2 &= \int_1^2 P dV = K \int_1^2 V^{-\gamma} dV \\
{}_1W_2 &= \frac{K}{1-\gamma} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma})
\end{aligned}$$

o mediante:

$$\begin{aligned}
{}_1W_2 &= \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-\gamma} \\
{}_1W_2 &= \frac{\left(101325.0 \frac{\text{kg}}{(\text{m})\text{s}^2}\right)(5.9 \times 10^{-3} \text{ m}^3) - \left(1215900.0 \frac{\text{kg}}{(\text{m})\text{s}^2}\right)(0.001 \text{ m}^3)}{1-(1.4)} \\
{}_1W_2 &= 1545.21 \text{ J}
\end{aligned}$$

También se podría calcular el trabajo mediante

$$P_1 V_1^\gamma = \left(1215900.0 \frac{\text{kg}}{(\text{m})\text{s}^2} \right) (0.001 \text{m}^3)^{1.4} = 76.720 (\text{kg}) \frac{\text{m}^{\frac{16}{5}}}{\text{s}^2}$$

$$P_2 V_2^\gamma = \left(101325.0 \frac{\text{kg}}{(\text{m})\text{s}^2} \right) (5.9 \times 10^{-3} \text{m}^3)^{1.4} = 76.720 (\text{kg}) \frac{\text{m}^{\frac{16}{5}}}{\text{s}^2}$$

$${}_1W_2 = \frac{K}{1-\gamma} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma})$$

$${}_1W_2 = \frac{76.720 (\text{kg}) \frac{\text{m}^{\frac{16}{5}}}{\text{s}^2}}{1-1.4} \left((5.9 \times 10^{-3} \text{m}^3)^{-1.4} - (0.001 \text{m}^3)^{-1.4} \right)$$

$${}_1W_2 = 1545.28 (\text{kg}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 1545.28 \text{J}$$

Con base en un balance establecido por la Primera Ley de la Termodinámica

$$\Delta U = Q - W$$

$$\Delta U = -W$$

$$\Delta U = -1545.28 \text{J}$$

ya que el proceso es adiabático $Q = 0$.

El incremento de la entalpía es entonces

$$\Delta H = \Delta U + (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

$$\Delta H = (-1545.28 \text{J}) + \left(\left(101325.0 \frac{\text{kg}}{(\text{m})\text{s}^2} \right) (5.9 \times 10^{-3} \text{m}^3) - \left(1215900.0 \frac{\text{kg}}{(\text{m})\text{s}^2} \right) (0.001 \text{m}^3) \right)$$

$$\Delta H = -2163.3 (\text{kg}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = -2163.3 \text{J}$$

O bien, se puede utilizar la relación:

$$\Delta H = \frac{\gamma}{1-\gamma} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

$$\Delta H = -\frac{1.4}{1-1.4} \left(\left(101325.0 \frac{\text{kg}}{(\text{m})\text{s}^2} \right) (5.9 \times 10^{-3} \text{m}^3) - \left(1215900.0 \frac{\text{kg}}{(\text{m})\text{s}^2} \right) (0.001 \text{m}^3) \right)$$

$$\Delta H = -2163.3 (\text{kg}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = -2163.3625 \text{J}$$

7.- El gas argón considerado como un gas ideal, $C_v = 1.5R$ y $M_{Ar} = 39.94 \text{gmol}^{-1}$, mueve una turbina adiabática en estado estacionario, por la cual entra en ella a $P_1 = 800.0 \text{kPa}$ y $T_1 = 400^\circ\text{C}$ con una velocidad $V_1 = 10 \text{ms}^{-1}$ y sale a $P_2 = 150.0 \text{kPa}$ con una velocidad $V_2 = 20 \text{ms}^{-1}$. Considerando que el área de entrada es $A_1 = 0.06 \text{m}^2$, y la potencia desarrollada por la turbina es de 250kW , determinar la temperatura a la que saldrá el argón.

R7.- Considerando que se trata al argón como gas ideal

$$\begin{aligned}
C_p - C_v &= R \\
C_p - (1.5R) &= R \\
C_p &= R + 1.5R \\
C_p &= 2.5R \\
R &= 8.314510 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \\
C_p &= (2.5)(8.314510 \text{ J}) \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \\
C_p &= 20.786275 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}
\end{aligned}$$

El flujo másico es, considerando la ecuación de continuidad

$$\dot{m} = \rho_1 \mathbf{V}_1 A_1 = \rho_2 \mathbf{V}_2 A_2$$

Considerando la ecuación del gas ideal

$$PV = mRT$$

$$PV = mR_{Ar}T$$

$$PV = m \frac{R}{M_{Ar}} T$$

$$\frac{PM_{Ar}}{RT} = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\frac{PM_{Ar}}{RT} = \rho$$

así

$$\begin{aligned}
\dot{m} &= \left(\frac{P_1 M_{Ar}}{RT_1} \right) \mathbf{V}_1 A_1 \\
\dot{m} &= \left(\frac{(800.0 \text{ kPa})(39.94 \text{ g mol}^{-1})}{(8.314510 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1})(400 + 273.15) \text{ K}} \right) \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) (0.06 \text{ m}^2) \\
\dot{m} &= 3.43 \frac{\text{kg}}{\text{s}}
\end{aligned}$$

Considerando que la turbina es adiabática y no cambia la altura:

$$\begin{aligned} \dot{Q} - \dot{W} &= \dot{m} \left(h_2 - h_1 + \frac{1}{2} (\mathbf{V}_2^2 - \mathbf{V}_1^2) + g(Z_2 - Z_1) \right) \\ -\dot{W} &= \dot{m} \left(h_2 - h_1 + \frac{1}{2} (\mathbf{V}_2^2 - \mathbf{V}_1^2) \right) \\ h_2 - h_1 &= \frac{C_p}{M} (T_2 - T_1) \\ -\dot{W} &= \dot{m} \left(\frac{C_p}{M} (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (\mathbf{V}_2^2 - \mathbf{V}_1^2) \right) \\ -\frac{\dot{W}}{\dot{m}} &= \frac{C_p}{M} (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (\mathbf{V}_2^2 - \mathbf{V}_1^2) \\ -\frac{C_p}{M} (T_2 - T_1) &= \frac{\dot{W}}{\dot{m}} + \frac{1}{2} (\mathbf{V}_2^2 - \mathbf{V}_1^2) \\ -T_2 + T_1 &= \frac{M}{C_p} \left(\frac{\dot{W}}{\dot{m}} + \frac{1}{2} (\mathbf{V}_2^2 - \mathbf{V}_1^2) \right) \\ T_2 &= T_1 - \frac{M}{C_p} \left(\frac{\dot{W}}{\dot{m}} + \frac{1}{2} (\mathbf{V}_2^2 - \mathbf{V}_1^2) \right) \\ T_2 &= (400 + 273.15) \text{K} - \frac{39.94 \text{ gmol}^{-1}}{20.786275 \frac{\text{J}}{\text{molK}}} \left(\frac{250 \text{ kW}}{3.43 \frac{\text{kg}}{\text{s}}} + \frac{1}{2} \left(\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) \right) \\ T_2 &= 532.81 \text{K} = 259.66^\circ\text{C} \end{aligned}$$

8.- Una máquina térmica reversible opera entre tres fuentes, $T_1 > T_2 > T_3$ y toma calores Q_1 y Q_2 de las dos primeras en cada ciclo. Determinar la expresión de su rendimiento en función de esas cantidades.

R8.- El trabajo realizado en cada ciclo es

$$W = Q_1 + Q_2 - Q_3$$

donde es negativo ya que es cedido a la fuente . Ya que la máquina se considera es reversible

$$\Delta S_{univ.} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_3}{T_3} = 0$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_3}{T_3}$$

$$Q_3 = \frac{T_3}{T_1} Q_1 + \frac{T_3}{T_2} Q_2$$

La eficiencia es

$$\eta = \frac{W}{Q_1 + Q_2} = \frac{Q_1 + Q_2 - Q_3}{Q_1 + Q_2}$$

$$\eta = \frac{1}{Q_1 + Q_2} \left(Q_1 + Q_2 - \left(\frac{T_3}{T_1} Q_1 + \frac{T_3}{T_2} Q_2 \right) \right)$$

$$\eta = \frac{1}{Q_1 + Q_2} \left(Q_1 - \frac{T_3}{T_1} Q_1 + Q_2 - \frac{T_3}{T_2} Q_2 \right)$$

$$\eta = \frac{1}{Q_1 + Q_2} \left(\left(1 - \frac{T_3}{T_1} \right) Q_1 + \left(1 - \frac{T_3}{T_2} \right) Q_2 \right)$$

o también:

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2 - Q_3}{Q_1 + Q_2}$$

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1 + Q_2} - \frac{Q_3}{Q_1 + Q_2}$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_3}{Q_1 + Q_2}$$

$$\eta = 1 - \frac{\frac{T_3}{T_1} Q_1 + \frac{T_3}{T_2} Q_2}{Q_1 + Q_2}$$

9.- Para mantener en un edificio la temperatura media de $T = 18^\circ\text{C}$, el sistema de refrigeración extrae del interior $Q = 600 \text{ cal/s}$, mientras consume un trabajo eléctrico $W = 1 \text{ kW}$. Determinar el incremento de entropía por segundo que sufre el universo debido al acondicionamiento del edificio sabiendo que el ambiente externo se encuentra a $T_0 = 35^\circ\text{C}$.

R9.-

$$Q = 600 \frac{\text{cal}}{\text{s}} = 2.51208 \text{ kW}$$

$$\Delta S_{univ} = -\frac{Q}{T} + \frac{Q+W}{T_0}$$

$$\Delta S_{univ} = -\frac{2.51208 \text{ kW}}{(18+273)\text{K}} + \frac{2.51208 \text{ kW} + 1 \text{ kW}}{(35+273)\text{K}}$$

$$\Delta S_{univ} = 2.77 \times 10^{-3} \frac{\text{kW}}{\text{K}} = 0.662 \frac{\text{cal}}{\text{sK}}$$